

Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

A. Blaznik, J. Dolensek, A. Tomec, I. Žerovnik: Realna števila. Linearna funkcija  
Poglavje V.: Linearna funkcija. Enačba in neenačba.

Točka 6. Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Str.62 in 63, naloge 121 a), 121 b), 124 a), 125 a), 125 b), 126 a)

Sistem enačb reši z metodo nasprotnih koeficientov - MNK	Sistem enačb reši po zamenjalnem načinu – ZAM. N.	Sistem enačb reši grafično in napravi preizkus s kakšno drugo metodo Graf + računski preizkus
121 a) $2x + 3y = 6$ $x - 6y = 18$	123 a) $3x + y = 6$ $6x - y = 3$	126 a) $y = 2x + 5$ $y = x + 4$
121 b) $3x - 2y + 6 = 0$ $4x - 2y + 5 = 0$	125 a) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3$ $x - 3y = 0$  b) $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$ $\frac{2}{x} - \frac{6}{y} = -\frac{1}{2}$	

TEORIJA

Rešiti moram sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama, ki ga zapišem takole:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

kjer so  $a_1 \dots c_2$  realna števila, x in y pa neznanki.

Rešimo ga lahko na več načinov:

1. METODA NASPROTNIH KOEFICIENTOV
2. ZAMENJALNI NAČIN
3. PRIMERJALNI NAČIN
4. GRAFIČNI NAČIN
5. Z DETERMINANTO
6. Z VPSELJAVO NOVIH NEZNANK

Posamezne metode bomo opisali ob reševanju nalog.

Rešitev	Razlaga
<p>121 a) <math>2x + 3y = 6</math> <math>\cdot 2</math> }+</p> <p><math>x - 6y = 18</math> <math>\cdot (-2)</math> }</p> $\begin{array}{r} 2x + 3y = 6 \\ -2x + 12y = -36 \\ \hline 15y = -30 \\ y = -2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4x + 6y = 12 \\ x - 6y = 18 \\ \hline 5x = 30 \\ x = 6 \end{array}$	<p>Sistem je že primerno zapisan za reševanje z <u>metodo nasprotnih koeficientov</u>:</p> <p>(1) Odločim se, katere neznanke se bom najprej znebil (x ali y).  <u>Odločim se za x.</u></p> <p>(2) Potem obe enačbi množim s takim številom, da pred x-i dobim nasprotna koeficienta.  <u>Drugo enačbo množim z -2.</u></p> <p>(3) Enačbi še enkrat prepisem (pomnoženi!) in ju seštejem.  Dobim y.</p> <p>(4) Sedaj isti postopek ponovim še za y. Znebiti se moram y-a. Prvo enačbo množim z 2 in obe enačbi seštejem. Dobim še x.</p> <p>Sistem je rešen.  Rešitvi sta <math>y = -2</math> in <math>x = 6</math></p> <p>METODO KOEFICIENTOV OBIČAJNO KOMBINIRAMO Z ZAMENJALNIM NAČINOM. V nalogi vstavim <math>y = -2</math> v eno od enačb in dobim <math>x = 6</math>.</p>
<p>121 b) <math>3x - 2y + 6 = 0</math></p> <p><math>4x - 2y + 5 = 0</math></p> <p>Uredim sistem:</p> $\begin{array}{r} 3x - 2y = -6 \cdot (-1) \\ 4x - 2y = -5 \\ \hline -3x + 2y = 6 \\ 4x - 2y = -5 \\ \hline x = 1 \end{array}$ $\begin{array}{r} -12x + 8y = 24 \\ 12x - 6y = -15 \\ \hline 2y = 9 \\ y = \frac{9}{2} \end{array}$	<p>Prvo enačbo množim z (-1) in seštejem.</p> <p>Sedaj pa še prvo enačbo množim z (-4) in drugo s 3, da se s seštevanjem znebiti x – a in dobim še drugo neznanke (y).</p> <p>Dobim še drugo neznanke.</p>

<p>123 a) <math>3x + y = 6</math>  <math>6x - y = 3</math></p> $y = -3x + 6$ $6x - (-3x + 6) = 3$ $6x + 3x - 6 = 3$ $9x = 9$ $\underline{x = 1}$ $y = -3 \cdot 1 + 6$ $y = -3 + 6$ $\underline{y = 3}$	<p>Sistem rešim na <b>zamenjalni način</b>.</p> <p>(1) iz ene enačbe izrazim eno neznanko in jo dam v drugo enačbo.  <b>(Izrazim y iz 1. enačbe).</b></p> <p>(2) Vstavim jo v 2. enačbo in rešim enačbo.</p> <p>(3) Rešitev vstavim v izraženo neznanko, da dobim še drugo neznanko.</p> <p>x vstavim v enačbo <math>y = -3x + 6</math> in rešim.      Tako dobim še drugo rešitev.</p>
<p>125 a) <math>\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 / \cdot 6</math>  <math>x - 3y = 0</math></p> $2x + 3y = 18$ $\underline{x - 3y = 0} \Rightarrow x = 3y$ $2 \cdot 3y + 3y = 18$ $6y + 3y = 18$ $9y = 18$ $\underline{y = 2}$ $\underline{x = 3 \cdot 2 = 6}$	<p>Najprej se znebim ulomkov.</p> <p>Vstavim ta x v 1. enačbo in dobim y.</p>

125 b)  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$

$$\frac{2}{x} - \frac{6}{y} = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2u + 3v = 1 \quad /(-1) \\ 2u - 6v = -\frac{1}{2} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2u + 3v = 1 \\ 2u - 6v = -\frac{1}{2} \end{array}} \right\} +$$

$$\begin{array}{r} -2u - 3v = -1 \\ 2u - 6v = -\frac{1}{2} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} -2u - 3v = -1 \\ 2u - 6v = -\frac{1}{2} \end{array}} \right\} +$$

$$-9v = -\frac{3}{2} /(-1)$$

$$9v = \frac{3}{2} / : 2$$

$$18v = 3 / : 3$$

$$6v = 1$$

$$v = \frac{1}{6} \quad \rightarrow$$

$v = \frac{1}{6}$  vstavim v drugo enačbo in  
dobim u:

$$2u - 6 \cdot \frac{1}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$2u - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$2u = \frac{1}{2}$$

$$u = \frac{1}{4} \quad \rightarrow$$

(1) Sistem rešim z vpeljavo novih neznank.

$$\frac{1}{x} = u \quad \frac{1}{y} = v$$

(2) Sedaj nadaljujem po eni od drugih metod.

Izberem metodo nasprotnih koeficientov.

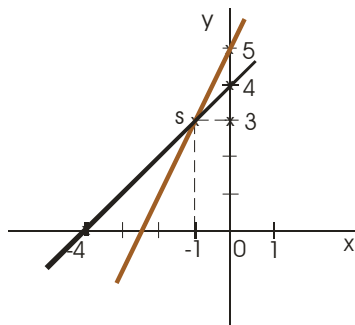
vstavim v  $\frac{1}{y} = \frac{1}{6} \Rightarrow \underline{y = 6}$

vstavim v  $\frac{1}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \underline{x = 4}$

126 a)  $y = 2x + 5$   
 $y = x + 4$

$y = 2x + 5$

x	y
0	5
-1	3



$y = x + 4$

x	y
0	4
-4	0

Odčitam presečišče:

$S(-1, 3)$

»  $y = y$  «

$$2x + 5 = x + 4$$

$$\underline{x = -1}$$

$$y = 2x + 5$$

$$y = 2(-1) + 5$$

$$\underline{y = -2 + 5 = 3}$$

Enačbi smatram za dve enačbi premic.

Obe enačbi narišem in odčrtam presečišče S.

Nato rešitev preverim s **primerjalnim načinom**.

Iz obeh enačb izrazim isto neznanke (tu sta že izražena y-a) in ju izenačim.

Rešitev, ki jo dobim vstavim v eno od enačb.

Vstavim v prvo enačbo.

Vidim, da x in y ustrezata točki S, ki smo jo odčitali kot presečišče.