

D. Grašek, M. Kožar, A. Tiegl: ELEMENTARNE FUNKCIJE, KOMPLEKSNA ŠTEVILA  
Poglavje V.:Kvadratna enačba, str. 36 in 37, nal.1a) do 8a)

**Naloge: Reši kvadratne enačbe**

1a)  $4x^2 - 1 = 0$

2a)  $3x^2 - 15x = 0$

3a)  $\sqrt{3}x^2 - 3x = 0$

4a)  $(3x - 1)^2 = 0$

5a)  $5x^2 + 7x = 24$

6a)  $x^2 - 9x = 0,1$

7a)  $2x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{25} = 0$

8a)  $(x - 2)^2 + (3x - 1)^2 - x = (1 + 4x)^2 - 21$

Reši enačbe

**RAZLAGA:**

Kvadratna enačba ima obliko:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Rešitvi ali korena enačbe sta:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad D = b^2 - 4ac$$

Rešitvi sta odvisni od diskriminante D:

Obe rešitvi sta enaki in realni	$D = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 \in \mathbb{R}$
Rešitvi sta različni in realni	$D > 0 \Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$
Rešitvi sta konjugirano kompleksni	$D < 0 \Leftrightarrow x_1, x_2 \in \mathbb{C}$

Poglejmo, kako si lahko olajšamo delo!

(1)  $a, b, c \neq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = 0$

Tedaj uporabimo formulo:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad D = b^2 - 4ac$$

ali pa razcepimo po Viètovem (2) pravilu:

$$x^2 + (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

$$(x + x_1)(x + x_2) = 0$$

(2)  $b = 0$  in  $a, b \neq 0$

Dobimo :  $ax^2 + c = 0$

To lahko rešimo z razcepom ali pa izrazimo x:

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$$

(3)  $c = 0$  in  $a, b \neq 0$

Dobimo:  $ax^2 + bx = 0$

Izpostavimo x:  $x(ax + b) = 0$

In izpišemo obe enačbi:  $x_1 = 0$

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x_2 = -\frac{b}{a}$$

V tem primeru je ena od rešitev vedno 0.

**Rešitev:**

1a)  $4x^2 - 1 = 0$

Vidimo, da je  $b=0$ . Rešujemo po točki (2) – RAZLAGA. Ker so lepi koeficienti, lahko razcepimo levo stran na:

$$(2x - 1)(2x + 1) = 0$$

In dobimo rešitvi:

$$2x - 1 = 0$$

$$2x + 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$2x = -1$$

$$x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}$$

Lahko bi enačbo rešili tudi takole:

$$4x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$$

2a)  $3x^2 - 15x = 0$  /:3

$$c = 0$$

Rešujemo po točki (3) – RAZLAGA  $x^2 - 5x = 0$

$$x(x - 5) = 0$$

$$\underline{x_1 = 0}$$

$$x - 5 = 0$$

$$\underline{x_2 = 5}$$

$$3a) \sqrt{3}x^2 - 3x = 0$$

$$c=0$$

Rešujemo po točki (3) – RAZLAGA

$$x(x\sqrt{3} - 3) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x\sqrt{3} - 3 = 0$$

$$x\sqrt{3} = 3$$

$$x = \frac{3}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{3\sqrt{3}}{3}$$

$$x_2 = \sqrt{3}$$

$$4a) (3x-1)^2 = 0$$

$$3x - 1 = 0$$

Enačba je že zapisana v

$$3x = 1$$

razcepni obliki

$$\underline{x_{1,2} = \frac{1}{3}}$$

$$5a) 5x^2 + 7x = 24$$

$$5x^2 + 7x - 24 = 0$$

$$a, b, c \neq 0$$

Rešujemo po (1) – RAZLAGA

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

$$D = b^2 - 4ac = 49 + 480 = 529$$

$$\sqrt{D} = 23$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 23}{10}$$

$$\underline{x_1 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}}$$

$$\underline{x_2 = -\frac{30}{10} = -3}$$

$$6a) x^2 - 9x = 0,1 \quad / \cdot 10$$

$$a, b, c \neq 0$$

$$10x^2 - 9x = 1$$

$$\underline{10x^2 - 9x - 1 = 0}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac = 81 + 40 = 121$$

$$\sqrt{D} = 11$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm 11}{20}$$

$$\underline{x_1 = \frac{20}{20} = 1}$$

$$\underline{x_2 = -\frac{2}{20} = -\frac{1}{10}}$$

$$7a) \quad 2x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{25} = 0 \quad / \cdot 50$$

$$a, b, c \neq 0$$

$$100x^2 + 25x - 6 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac = 625 + 2400 = 3025$$

$$\sqrt{D} = 55$$

$$x_{1,2} = \frac{-25 \pm 55}{200}$$

$$\underline{x_1 = \frac{80}{200} = -\frac{2}{5}}$$

$$\underline{x_2 = -\frac{30}{200} = -\frac{3}{20}}$$

$$8a) \quad (x-2)^2 + (3x-1)^2 - x = (1+4x)^2 - 21$$

$$x^2 - 4x + 4 + 9x^2 - 6x + 1 - x = 1 + 8x + 16x^2 - 21$$

$$10x^2 - 11x + 5 = 16x^2 + 8x - 20$$

$$-6x^2 - 19x + 25 = 0 / (-1)$$

$$6x^2 + 19x - 25 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac = 19^2 + 4 \cdot 6 \cdot 25 = 916$$

$$\sqrt{D} = 31$$

$$x_{1,2} = \frac{-19 \pm 31}{12}$$

$$\underline{x_1 = \frac{12}{12} = 1}$$

$$\underline{x_2 = -\frac{50}{12} = -\frac{25}{6}}$$