

M. Hribar, S. Kocjančič, A. Likar, S. Oblak, B. Pajk, V. Petruna, N. Razpet, B. Roblek, F. Tomažič, M. Trampuš:

ELEKTRIKA, SVETLOBA in SNOV

Fizika za 3. In 4. letnik srednjih šol

2. Električne sile in električno polje

Poglavje 8. Vprašanja in naloge

Stran 47, 48 naloga 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12

3. V vodikovem atomu v osnovnem stanju je elektron v povprečju 0,05 nm od središča protona. Kolikšna je električna sila med delcema?

$$d = 0,05 \text{ nm}$$

$$F = ?$$

Razlaga

Med dvema točkastima nabojema v praznem prostoru deluje sila, ki jo izračunamo po Coulombovem zakonu:

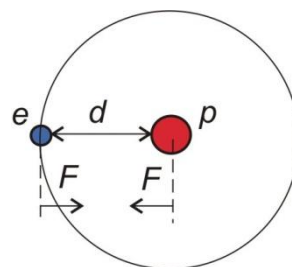
$$F = \frac{e_1 e_2}{4\pi \epsilon_0 d^2}$$

kjer je

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad \text{influenčna konstanta}$$

Proton ima pozitivni osnovni naboj $e_0 = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As}$, elektron pa enako velik negativni naboj. Med njima deluje privlačna sila:

$$F = -\frac{e_0^2}{4\pi \epsilon_0 d^2}$$



Model vodikovega atoma

e elektron
p proton

Rešitev:

$$F = -\frac{(1,60 \cdot 10^{-19})^2 \text{ A}^2 \text{ s}^2}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1} \text{ m}^{-1} (0,05 \cdot 10^{-9})^2 \text{ m}^2} = -9,2 \cdot 10^{-8} \left[\frac{\text{As kg m}^2}{\text{m As}^3} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right]$$

Opomba:

Enota za napetost U, je volt V. Volt ni osnovna merska enota, pač pa ga lahko izrazimo z osnovnimi enotami:

$$A = Ue \Leftrightarrow U = \frac{A}{e} = \frac{A}{It} \left[\frac{\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}}{\text{As}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{As}^3} = \text{V} \right]$$

Stran 47, naloga 4

4. Na kovinsko kroglo s polmerom 24 cm nanesemo naboj $6,28 \cdot 10^{-9} \text{ As}$. Kolikšna je jakost električnega polja v središču krogle, v točko, ki je 12 cm oddaljena od središča krogle, in v točki, ki je 24 cm oddaljena od površine krogle?

$$R = 24 \text{ cm}$$

$$e = 6,28 \cdot 10^{-9} \text{ As.}$$

$$r_1 = 0 \text{ m}$$

$$r_2 = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$$

$$r_3 = (R + 24) \text{ cm} = 48 \text{ cm} = 0,48 \text{ m}$$

$$E_{1,2,3} = ?$$

Razlaga

Znotraj kovinske krogle je vektorska vsota električnih polj v vsaki točki enaka nič (Faradayeva kletka):

$$r < R \Rightarrow \vec{E} = 0$$

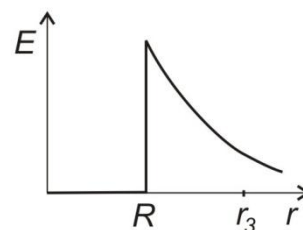
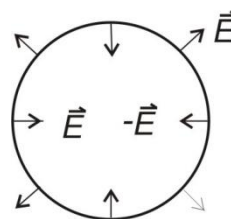
Tu je R radij krogle, r pa razdalja točke od središča krogle.

Električno poljsko jakost za $r \geq R$ izračunamo tako, da si mislimo naboj krogle prestavljen v središče krogle:

$$r \geq R \Rightarrow E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

kjer je

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \text{ influenčna konstanta}$$



Rešitev:

$$E_{1,2} = 0$$

$$E_3 = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}$$

$$E_3 = \frac{6,28 \cdot 10^{-9} \text{ As} \cdot \text{Vm}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As} \cdot 0,48^2 \text{ m}^2} = \underline{\underline{245 \frac{\text{V}}{\text{m}}}}$$

Stran 47, naloga 5

5. Na krogli s polmerom 14 cm je pozitiven naboj s površinsko gostoto $1,5 \frac{nAs}{m^2}$. Kolikšen je pospešek elektrona, ki je v razdalji 10 m od središča krogle?

$$R = 14 \text{ cm} = 0,14 \text{ m}$$

$$\sigma = 1,5 \frac{nAs}{m^2} = 1,5 \cdot 10^{-9} \frac{As}{m^2}$$

$$r = 10 \text{ m}$$

$$a = ?$$

Razlaga

Pospešek izračunamo s pomočjo 2. Newtonovega zakona:

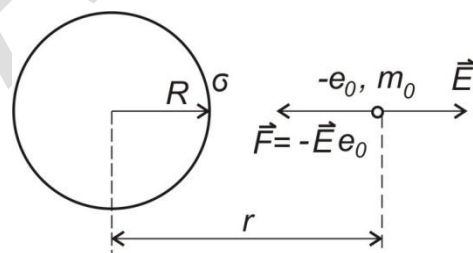
$$F = m_0 a \Rightarrow a = \frac{F}{m_0} = \frac{e_0 E}{m_0}$$

Pri tem je:

$$F = e_0 E$$

$$e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad \text{naboj elektrona}$$

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad \text{masa elektrona}$$



Električno poljsko jakost E za radij, ki je večji od radija krogle izračunamo tako, da si mislimo električni naboj iz površine krogle prestavljen v središče krogle:

$$r \geq R \Rightarrow E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

kjer je:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \quad \text{influenčna konstanta}$$

R radij krogle,

r razdalja točke od središča krogle.

Naboj izrazimo s površinsko gostoto naboja:

$$\sigma = \frac{e}{S} = \frac{e}{4\pi R^2} \Rightarrow e = \sigma 4\pi R^2$$

in dobimo:

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

Dobimo končni izraz za pospešek:

$$a = \frac{e_0 \sigma R^2}{m_0 \epsilon_0 r^2}$$

Rešitev:

$$a = \frac{e_0 \sigma R^2}{m_0 \epsilon_0 r^2}$$

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{As} \cdot 1,5 \cdot 10^{-9} \text{Asm}^{-2} \cdot 0,14^2 \text{m}^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{AsV}^{-1} \text{m}^{-1} \cdot 10^2 \text{m}^2} = 5,8 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{As Asm}^{-2} \text{m}^2}{\text{kg As m}^{-1} \text{m}^2} \cdot \frac{\text{kg m}^2}{\text{As}^3} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Opomba:

Enota za napetost U, je volt V. Volt ni osnovna merska enota, pač pa ga lahko izrazimo z osnovnimi enotami:

$$A = Ue \Rightarrow U = \frac{A}{e} = \frac{A}{\text{It}} \left[\frac{\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}}{\text{As}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{As}^3} = \text{V} \right]$$

SATCITANANDA

6. Po Bohrovem modelu atoma vodika kroži elektron okoli protona na razdalji 0,053 nm. Kolikšna je frekvenca kroženja? Masa elektrona je $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

$$r = 0,053 \text{ nm} = 0,053 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$v = ?$$

Razlaga

Radialno silo kroženja elektrona povzroča električna privlačna sila med protonom in elektronom vodika.

$$F_r = F_e \quad (1)$$

Pri tem je radialna sila

$$F_r = m_0 a_r = m_0 \omega^2 r = m_0 4\pi^2 v^2 r \quad (2)$$

in električna sila:

$$F_e = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3)$$

Kjer je:

$$e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad \text{naboj elektrona}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad \text{influenčna konstanta}$$

Vstavimo izraza (2) in (3) v enačbo (1) in po preureditvi dobimo:

$$v = \sqrt{\frac{e_0^2}{16 \pi^3 r^3 \epsilon_0 m_0}}$$

Rešitev:

$$v = \sqrt{\frac{e_0^2}{16 \pi^3 r^3 \epsilon_0 m_0}}$$

$$v = \sqrt{\frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \text{A}^2 \text{s}^2}{16 \pi^3 (0,053 \cdot 10^{-9})^3 \text{m}^3 8,85 \cdot 10^{-12} \text{AsV}^{-1} \text{m}^{-1} 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}}} = \sqrt{\frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \text{A}^2 \text{s}^2 \text{kg m}^2 \text{A}^{-1} \text{s}^{-3}}{16 \pi^3 (0,053 \cdot 10^{-9})^3 \text{m}^3 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Asm}^{-1} 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}}}$$

$$v = 6,5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Enoto V v zgornji enačbi smo izrazili z osnovnimi enotami: $A = Ue \Rightarrow U = \frac{A}{e} = \frac{A}{\text{It}} \left[\frac{\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}}{\text{As}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{As}^3} = \text{V} \right]$

7. Kapljica olja z maso $2,5 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$, ki ji manjka en elektron lebdi v navpičnem električnem polju med ploščama kondenzatorja. Kolikšna je jakost električnega polja?

$$m = 2,5 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$$

$$E = ?$$

Razlaga

Kapljica olja, ki ji manjka en elektron, je nabita z enim pozitivnim elementarnim nabojem.

Na njo delujeta dve nasprotno enaki sili: gravitacijska in električna.

$$F_g = F_e$$

Pri tem je:

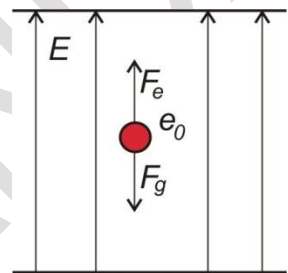
$$F_g = mg$$

$$F_e = e_0 E$$

$$e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad \text{naboj elektrona}$$

Z izenačenjem obeh sil dobimo:

$$E = \frac{mg}{e_0}$$



Rešitev:

$$E = \frac{mg}{e_0}$$

$$E = \frac{2,5 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m s}^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}} = 1,6 \cdot 10^5 \left[\frac{\text{kg m}}{\text{A s}^3} = \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

Opomba:

Enota za napetost U, je volt V. Volt ni osnovna merska enota, pač pa ga lahko izrazimo z osnovnimi enotami:

$$A = Ue \Rightarrow U = \frac{A}{e} = \frac{A}{It} \left[\frac{\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}}{\text{As}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{As}^3} = \text{V} \right]$$

8. Enaki kovinski kroglici z naboje $-1,5 \cdot 10^{-7} \text{ As}$ oziroma $2,5 \cdot 10^{-7} \text{ As}$ se zaradi privlačne sile dotakneta, nato pa ju namestima na razdaljo $5,0 \text{ cm}$. Kolikšna je v tej razdalji sila med kroglicama?

$$e_1 = -1,5 \cdot 10^{-7} \text{ As}$$

$$e_2 = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ As}$$

$$r = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$$

$$F = ?$$

Razlaga

Kroglici imata v začetku nasprotnoimenska naboja in se privlačita. Ko se kroglici dotakneta, je skupni naboj na obeh kroglicah enak vsoti posameznih nabojev.

$$e = e_1 + e_2$$

Ko kroglici ponovno razmaknemo, ostane na vsaki kroglici naboj $\frac{e}{2}$. Kroglici sta sedaj istoimensko naelektreni in med njima deluje odbojna sila, ki jo izračunamo po Coulombovem zakonu:

$$F = \frac{\left(\frac{e}{2}\right)^2}{4\pi\epsilon_e r^2}$$

kjer je:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad \text{influenčna konstanta}$$

Rešitev:

$$e = e_1 + e_2 = -1,5 \cdot 10^{-7} \text{ As} + 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ As} = 10^{-7} \text{ As}$$

$$\frac{e}{2} = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ As}$$

$$F = \frac{\left(\frac{e}{2}\right)^2}{4\pi\epsilon_e r^2} = \frac{(0,5 \cdot 10^{-7})^2 \text{ A}^2 \text{ s}^2}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1} \text{ m}^{-1} \cdot 0,050^2 \text{ m}^2} = 9,0 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right]$$

Opomba:

Enota za napetost U , je volt V . Volt ni osnovna merska enota, pač pa ga lahko izrazimo z osnovnimi enotami:

$$A = Ue \Rightarrow U = \frac{A}{e} = \frac{A}{It} \left[\frac{\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}}{\text{As}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{As}^3} = \text{V} \right]$$

10. Enakostranični trikotnik ima stranico 5 cm. V vsako oglišče postavimo enako naelektrene drobne kroglice. Kolikšen je naboj na vsaki od kroglic, če je sila nanjo 0,002 N?

$$a = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$F = 0,002 \text{ N}$$

$$e = ?$$

Razlaga

Točkasta elektrina v praznem prostoru povzroča v svoji okolici električno polje, ki je usmerjeno radialno iz točkaste elektrine v vse smeri (ali v točkasto elektrino, če je naboj negativen). Izračunamo ga:

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

kjer je:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad \text{influenčna konstanta}$$

$$r = a \quad \text{v našem primeru}$$

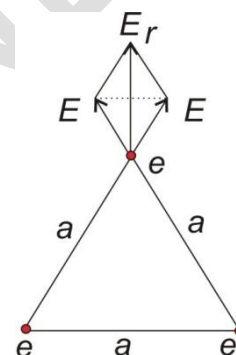
Če imamo n točkastih elektrin v praznem prostoru, je električna poljska jakost v dani točki prostora enaka vektorski vsoti električnih poljskih jakosti, ki jih povzročajo posamezne elektrine.

$$\vec{E}_r = \sum_n \vec{E}_n$$

Če se nahaja v opazovani točki elektrina e , deluje nanjo sila:

$$\vec{F} = e\vec{E}_r$$

V našem primeru imamo dve elektrini v dveh ogliščih enakostraničnega trikotnika, ki preko električnega polja delujeta s silo na elektrino, ki se nahaja v tretjem oglišču enakostraničnega trikotnika.



Rešitev:

Rezultančno električno poljsko jakost izračunamo s pomočjo enačbe za višino enakostraničnega trikotnika:

$$\frac{E_r}{2} = \frac{E\sqrt{3}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad E_r = E\sqrt{3}$$

$$F = eE_r = eE\sqrt{3} = \frac{e^2\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$e = \sqrt{\frac{F4\pi\epsilon_0 a^2}{\sqrt{3}}}$$

$$e = \sqrt{\frac{0,002 \cdot 4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05^2}{\sqrt{3}}} \left[\sqrt{\frac{kg m As m^2}{s^2 V m}} = \sqrt{\frac{kg m As m^2}{s^2 m} \frac{As^3}{kg m^2}} = As \right] = \underline{1,8 \cdot 10^{-8} As}$$

Opomba:

Enota za napetost U, je volt V. Volt ni osnovna merska enota, pač pa ga lahko izrazimo z osnovnimi enotami:

$$A = Ue \Rightarrow U = \frac{A}{e} = \frac{A}{It} \left[\frac{kg m^2 s^{-2}}{As} = \frac{kg m^2}{As^3} = V \right]$$

12. Tri nabita telesa razvrstimo po premici, kakor kaže slika. Prvo telo z nabojem $5 \mu As$ postavimo v točko A, drugo telo z nabojem $-4 \mu As$ pa v točko B, ki je 3 m stran. Določite velikost naboja tretjega telesa, ki je v točki C, 6 m stran od A, tako da je jakost električnega polja v točki D, ki je 2 m stran od A, enaka nič?

$$e_a = 5 \mu As = 5 \cdot 10^{-6} As$$

$$e_b = -4 \mu As = -4 \cdot 10^{-6} As$$

$$b = 3 m$$

$$c = 6 m$$

$$d = 2 m$$

$$E_d = 0 \frac{V}{m}$$

$$e_c = ?$$

Razlaga

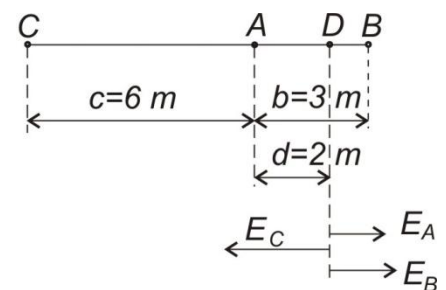
Točkasta elektrina v praznem prostoru povzroča v svoji okolici električno polje, ki je usmerjeno radialno iz točkaste elektrine v vse smeri (ali v točkasto elektrino, če je naboj negativen). Izračunamo ga:

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

kjer je:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \quad \text{influenčna konstanta}$$

Če imamo n točkastih elektrin v praznem prostoru, je električna poljska jakost v dani točki prostora enaka vektorski vsoti električnih poljskih jakosti, ki jih povzročajo posamezne elektrine.



Rešitev:

Vsota električnih poljskih jakosti v točki D mora biti enaka nič.

$$\vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C = 0$$

Smeri električnih poljskih jakosti v točki D določimo s pomočjo skice. Silnice električnega polja imajo smer iz elektrine, če je naboj pozitiven in v elektrino, če je naboj negativen.

$$-E_C = E_A + E_B$$

$$-\frac{e_C}{4\pi\epsilon_0 r_C^2} = \frac{e_A}{4\pi\epsilon_0 r_A^2} + \frac{e_B}{4\pi\epsilon_0 r_B^2}$$

$$-\frac{e_C}{r_C^2} = \frac{e_A}{r_A^2} + \frac{e_B}{r_B^2}$$

$$e_C = -r_C^2 \left(\frac{e_A}{r_A^2} + \frac{e_B}{r_B^2} \right)$$

Pri tem je:

$$r_A = d = 2 \text{ m}$$

$$r_B = b - d = 1 \text{ m}$$

$$r_C = c + d = 8 \text{ m}$$

$$e_C = -64 \text{ m}^2 \left(\frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{4 \text{ m}^2} + \frac{4 \cdot 10^{-6} \text{ As}}{1 \text{ m}^2} \right) = \underline{\underline{-340 \mu\text{As}}}$$