Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

D. Grašek, M. Kožar, A. Tiegl: ELEMENTARNE FUNKCIJE, KOMPLEKSNA ŠTEVILA
Poglavje VIII.:LOGARITEM

Str.61 Naloge 13 a - č
Reši enačbe:

3 a) $\log x+\log(x+3)=\log(x-1)+\log(x+2)$
b) $\log(2x+3)+\log(3x-1)=\log x+\log(6x+4)$
c) $\log(x+3)+\log(x+2)=\log(x+6)+\log(x-1)$
č) $\log 2+2\log(x+1)=\log(2x^2+4x+2)$

Rešiti moramo enačbe, prikaterih velja:

(1) $a^y=x \Leftrightarrow y=\log_a x, \qquad x>0,\ a>0,\ a\neq 1$

(2) $\log_a 1=0$

(3) $\log_a a=1$

(4) $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$

(5) $\log_a x^n=n\log_a x$

(6) $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$

(7) $\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$

(8) $\log_{10} x=\log x$

Rešitev

13 a) $\log x+\log(x+3)=\log(x-1)+\log(x+2)$

Po pravilu (4) dobimo:

$\log\big(x.(x+3)\big)=\log\big((x-1)(x+2)\big)$ / antilogaritmiramo

$x(x+3)=(x-1)(x+2)$

$x^2+3x=x^2+x-2$

$2x=-2$

$\underline{x=-1}$ Rešitev ne ustreza, ker $\log(-1)$ ni defniran.

b) $\log(2x+3)+\log(3x-1)=\log x+\log(6x+4)$

Po (4) dobimo:

$\log\big((2x+3)(3x-1)\big)=\log\big(x(6x+4)\big)$

$(2x+3)(3x-1)=x(6x+4)$

$6x^2+7x-3=6x^2+4$

$7x=7$

$\underline{x=1}$ ustreza

c) $\log(x+3)+\log(x+2)=\log(x+6)+\log(x-1)$

Po (4):

$\log\big((x+3)(x+2)\big)=\log\big((x+6)(x-1)\big) / \; anti\log aritmiramo$

$(x+3)(x+2)=(x+6)(x-1)$

$x^2+5x+6=x^2+5x-6$

$6=-6$

$12\neq 0$ Enačba nima rešitve

č) $\log 2+2\log(x+1)=\log(2x^2+4x+2)$

Po (5):

$\log 2+\log(x+1)^2=\log(2x^2+4x+2)$

Po (4):

$\log\big(2.(x+1)^2\big)=\log(2x^2+4x+2) / \; aniti\log.$

$2(x^2+2x+1)=2x^2+4x+2$

$2x^2+4x+2=2x^2+4x+2$

$0=0$

Rešitev so vsi x-i za katere velja, da so vsi argumenti pozitivni:

$(x+1>0)\ \wedge\ (2x^2+4x+2>0)$

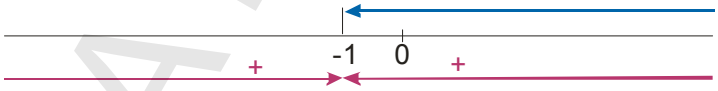
$x>-1\ \wedge\ D=16-16=0$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm 0}{2.2}$$

$x_{1,2}=-1$

$x>-1\ \wedge\ (x+1)^2>0$

$x>-1\ \wedge\ \big((x>-1)\ \wedge\ (x<-1)\big)$



Skupni pogoj je $x>0$, zato so rešitev vsi $x>-1$ ali $x\in(-1,\ \infty)$